Modelo simplificado de balance hídrico para el conteo de almacenamiento de agua de tensión

Dr. Leandro Giordano,
lgiordano@ina.gob.ar
Fecha: 23/Enero/2024

I. Introducción

EL cómputo o conteo de humedad en el suelo constituye uno de los tantos objetivos de la Hidrología Operativa, más aun en un enfoque de modelación dinámica para la generación de previsiones o el análisis del recurso disponible. En efecto, *la no linealidad en la respuesta hidrológica de muchos de los sistemas superficiales se debe a que el volumen total de escorrentía o agua libre que un perfil de suelo puede producir dependerá fuertemente de la condición inicial de almacenamiento en este* (i.e. capacidad de amortiguación), de modo tal que frente a hietogramas o pulsos de precipitación semejantes, la producción de escorrentía o agua libre puede variar significativamente. Por esto mismo, los modelos dinámicos que representan el ciclo hidrológico en una cuenca suelen considerar 2 grandes componentes:

a. Una *componente de producción* de esscorrentía o agua libre, que representa el almacenamiento y los procesos de intercambio que se observan en la superficie y el perfil de suelo, generalmente en los interfluvios

b. Una *componente de distribución* de la escorrentía, que representa el tránsito y los procesos de intercambio que se observan sobre el sistema de drenaje.

Esta generalización del ciclo hidrológico, permite discriminar y agrupar elementos y procesos de acuerdo a su funcionalidad (producción o el tránsito de la escorrentía). Asimismo, la adopción de esta definición de alto nivel facilita el desarrollo de código computacional anclado en el paradigma de clases, en vistas de su implementacion operativa. En pocas palabras, para una visión hidrológica abstracta, *cada elemento del ciclo hidrológico constituye un reservorio de agua cuyo almacenamiento resulta afectado por procesos de intercambio con otros reservorios*. Consecuentemente, resulta conveniente clasificar los reservorios de acuerdo al tipo de funcionamiento. Ciertamente, los processos de abstracción y liberación de agua en el perfil de suelo presentan una naturaleza mecánica un tanto distinta a los procesos de tránsito del agua en los canales.

En esta nota técnica se prentenden introducir las bases conceptuales y describir un modelo dinámico en tiempo discreto, muy simple y bastante fundado, para el conteo de humedad en el suelo, en un reservorio de agua de tensión. La formulación original de este modelo se debe al trabajo ya clásico de Thornthwaite y Matter (1944), por tanto el nivel de agregación temporal de aplicación de este modelo simplifado es diario o mayor (semanal o mensual). Particularmente los cómputos se apoyan en una asunción fuerte postulando *que la tasa de evapotranspiración o el consumo de agua del reservorio es proporcional al déficit en la demanda atmósferica de agua*. Asimismo, inicialmente se considera que las tasas de los procesos son constantes e iguales a su valor inicial dentro de los intervalos de cómputo.

II. Definiciones

En un perfil de suelo pueden encontrarse tres tipos distintos de almacenamiento de agua (fig. 1):

- **Agua higroscópica** *retenida* contra la fuerza de succión de las plantas, de manera tal que no es utilizable por estas y se asume que tampoco es evaporable

- **Agua de tensión/capilar** *retenida* por la fuerza de tensión del suelo pero utilizable por las plantas, de manera tal que puede retornar a la atmósfera como evapotranspiración

- **Agua libre o gravífica** *detenida*, que se desplaza por su propio peso y que constituirá infiltración o escorrentía (si bien puede constituir en parte aporte a la evapotranspiración)

Podrá notarse que *el tipo de almacenamiento queda determinado por la relación de fuerzas entre la tensión del suelo, la succión de las plantas y el peso de las partículas de agua*. Por otro lado, la tensión del suelo depende del nivel de almacenamiento de agua y si bien esta relación exhibe histéresis (no es lo mismo en fase de mojado que en fase de secado), puede afirmarse que por lo general a mayor nivel de almacenamiento, tanto menor es la tensión (Muñoz Carpena y Ritter Rodriguez, 2005). Pues, puede pensarse que un suelo presenta un espacio poroso constituído por poros de distintos tamaños, que actúan como tubos capilares. A medida que el suelo se moja, se podría pensar que primero se llenan aquellos capilares de menor tamaño, que ejercen mayor tensión y luego los de mayor tamaño, que ejercen menos tensión. En el secado, por tanto, ocurre lo contrario. Así, la tensión del suelo tiende a disminuir con el mojado y a incrementarse con el secado.

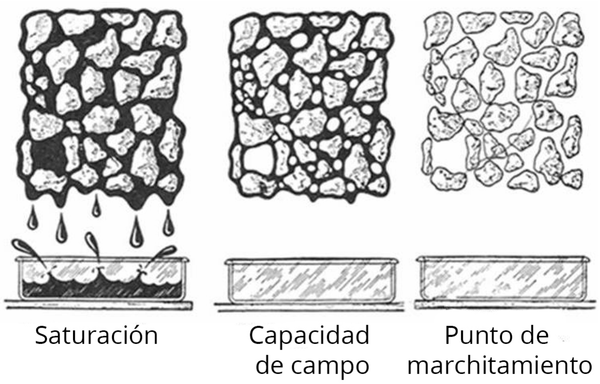

Figura 1. Almacenamiento de agua en el suelo y umbrales de almacenamiento asociados. El punto de marchitez permanente indica el máximo nivel de almacenamiento de agua higroscópica. La capacidad de campo indica el máximo almacenamiento de agua retenida contra la fuerza de gravedad, el agua capilar o de tensión. El agua que se acumula entre la capacidad de campo y la saturación del espacio poroso constituye agua libre

Cuando la fuerza de tensión del suelo supera a la succión de las raíces y al peso del agua, sólo se observa almacenamiento hidgroscópico y, de ahí, la vegetación se marchita. Por tanto, el *máximo almacenamiento de agua hidroscópica* en un suelo constituye el *punto de marchitez permanente*. Consecuentemente, cuando el nivel de almacenamiento de agua en el suelo es tal que la fuerza de succión de las raíces de las plantas supera la tensión que ejerce el suelo, pero esta última es mayor al peso de las partículas de agua, el agua queda retenida contra la fuerza de gravedad y sólo es utilizable por la vegetación o puede ser evaporada por la radiación incidente. El *valor máximo de agua que un suelo puede almacenar contra la fuerza de gravedad* será entonces el *punto de capacidad de campo*. Así también, podrá entenderse que la diferencia entre la capacidad de campo y el punto de marchitez permanente indicará el almacenamiento útil para la vegetación. Además, si el almacenamiento excede la capacidad de campo, la diferencia de valor constituirá almacenamiento de agua libre, partículas que se desplazan por acción de la gravedad. Luego, finalmente el agua libre se entrega como infiltración o escorrentía, en tránsito hacia la red de drenaje, un cuerpo receptor o como recarga profunda, si bien es más que razonable que contribuya a la evapotranspiración, sobre todo en zonas con superficies freáticas someras. A la vez, el agua libre puede acumularse hasta cierto límite de almacenamiento, determinado por el volumen poroso del suelo. Este límite se conoce como *porosidad total*. Una vez superado este límite, todo el perfil de suelo se encontrará saturado (pudiéndose generar escorrentía directa por saturación de perfil de suelo, frente a la ocurrencia de un evento precipitante). Por último, el rango dinámico de los almacenamientos de agua de tensión y de agua libre es presumiblemente mucho mayor al de agua higroscópica. Por esto, en la mayoría de los modelos dinámicos del ciclo hidrológico en una cuenca vertiente, este almacenamiento y su balance suelen ignorarse o el almacenamiento de agua higroscópica se asume agregado con el de agua de tensión (pues, en efecto, también lo es, si bien no es *utilizable*, en todo caso su efecto se considera constante).

Se sabe, el agua libre puede infiltrarse acumulándose en profundidad. Así, *en un perfil de suelo podrán diferenciarse sectores en los cuales el espacio poroso se encuentra saturado y sectores en donde el almacenamiento de agua si bien puede superar a la capacidad de campo, usualmente no se encuentran saturados*. Simplificando, para abordar estas heterogeneidades suele utilizarse el modelo de *capas de suelo*. Las capas de suelo pueden definirse como unidades de agregación espacial, sobre el perfil vertical de un suelo. Por tanto, en toda capa es posible observar cualquier tipo de almacenamiento. El modelo más simple consiste en diferenciar dos capas: una superior y otra inferior, vinculadas a funciones y características hidrológicas específicas. Por ejemplo, se puede asumir que por lo general las condiciones de saturación se observarán sobre la *capa inferior*. Pues el agua libre en parte se infiltra y tiende a acumularse en profundidad. Así, en este simple modelo de dos capas, la capa inferior sue denomina *zona saturada del suelo* y su límite superior está constituído la posición de referencia de la superficie freática (fig. 2). Por otro lado, la *capa superior* exhibirá una dinámica más frecuente en condiciones por debajo del punto de saturación. Puesto la mayor exposición del agua almacenada a las raíces de la vegetación y a la radiación atmosférica. Esta capa, en este simple modelo, se denomina *zona vadosa*.

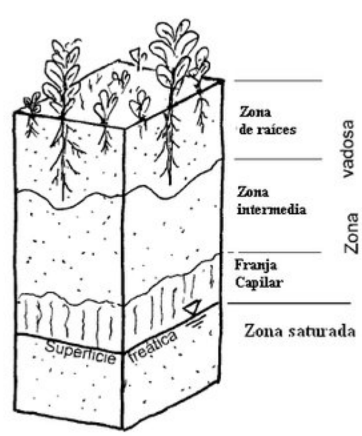

Figura 2. Almacenamiento de agua y modelo de capas o zonas funcionales en el perfil suelo

En muchos modelos hidrológicos simplificados para la zona saturada, es común ignorar el almacenamiento de agua de tensión o agregarlo con el agua libre, al formular las ecuaciones dinámicas, más aun para aplicaciones en cuencas de ríos efluentes de alimentación freática. Aun así, las aproximaciones más generalizadas o globales incluyen este término, puesto que en cuencas de ríos influentes posiblemente sea una simplificación excesiva.

Sin embargo, en la zona vadosa suele ser necesario discriminar ambos almacenamientos, el de agua de tensión y el de agua libre. Ciertamente, si el almacenamiento de agua en esta capa de suelo permaneciera siempre por encima de la capacidad de campo, esto no tendría mucho sentido. Sin embargo, en esta zona del suelo es más probable que ocasionalmente o frecuentemente no se disponga de agua libre. En estas condiciones, la dinámica hidrológica estará regulada por la reserva de agua de tensión. Luego, el efecto de abstracción del almacenamiento de tensión será notorio. Por tanto, para simular la dinámica hidrológica es conveniente formular ecuaciones dinámicas que consideren explícitamente el almacenamiento de agua de tensión.

Ahora bien, supóngase que se desea computar el balance hídrico en la capa superior o zona vadosa. Siguiendo los razonamientos propuestos, se pueden identificar al menos dos tipos de almacenamientos (agua de tensión y agua libre). De ahí, la zona vadosa puede conceptualizarse como un sistema de dos reservorios (fig. 3), que intercambia flujos de agua con la atmósfera, la superficie y la capa inferior de suelo.

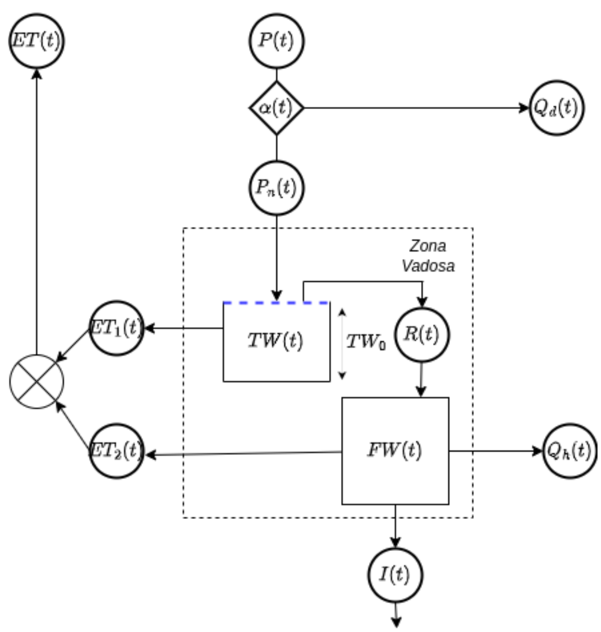

Figura 3. Esquema topológico de modelo simplificado de conteo de humedad en el suelo en la zona vadosa o capa superior del perfil de suelo. En el reporte presente se desarrollarán las ecuaciones correspondientes al conteo de humedad en el suelo para el reservorio de agua de tensión $TW(t)$

El almacenamiento de agua de tensión $TW(t)$ $[L]$ estará constituído por agua retenida contra su propio peso. Por otro lado, el almacenamiento de agua libre $FW(t)$ $[L]$ estará constituído por agua en tránsito o detenida (movimiento gravitatorio). Luego, se puede asumir que del agua que ingresa como precipitación a la cuenca, una fracción variable o constante $\alpha(t)$ se substrae y se transforma en escorrentía superficial $Q_d(t)$ $[L.T^{-1}]$ que se transferirá directamente a la red de drenaje o un cuerpo receptor superficial. Por tanto, la fracción restante constituye la precipitación neta que alimenta el reservorio de agua de tensión $P_n(t)$ $[L.T^{-1}]$. Este reservorio transfiere agua a la atmósfera por evapotranspiración a una tasa $ET_1(t)$ $[L.T^{-1}]$ (proceso regulado por la evapotranspiración potencial y el almacenamiento disponible) y puede recargar el reservorio de agua de libre, a una tasa $R(t)$ $[L.T^{-1}]$, cada vez que el almacenamiento disponible $TW(t)$ excede un nivel umbral TW_0, la capacidad de campo. Por último, el reservorio de agua libre puede transferir agua a la atmósfera por evapotranspiración $ET_2(t)$ $[L.T^{-1}]$, de manera tal que la suma de $ET_1(t)$ y $ET_2(t)$ constituye la evapotranspiraciòn total que recibe la atmósfera $ET(t)$. Además, el reservorio puede transferir agua como escorrentía hipodérmica $Q_h(t)$ $[L.T^{-1}]$ hacia la red de drenaje o un cuerpo receptor superficial, así como se transfiere agua por infiltración hacia la zona zaturada o la capa inferior del suelo, a una tasa $I(t)$. Es común asumir que la suma con $Q_d(t) + Q_h(t)$ constituye el aporte directo a la red de drenaje durante el desarrollo de un evento precipitante, esto es: el aporte que se produce estrictamente durante el desarrollo del evento precipitante o poco tiempo después de su finalización. En este reporte nos centraremos sobre la ecuación dinámica que gobierna el almacenamiento $TW(t)$ y la estimación de $ET_1(t)$ y $R(t)$, para su resolución operativa, en esta simple representación, haciendo uso de las asunciones propuestas por Thornthwaite y Matter (1944).

III. Modelo Simplificado de Balance Hídrico del Agua de Tensión

La ecuación dinámica de conservación para el reservorio de agua de tensión, de acuerdo al modelo presentado en la figura 3, resulta:

$$\frac{dTW}{dt} = P_n(t) - ET_1(t) - R(t) \tag{1}$$

Siguiendo a Thornthwaite y Matter (1944), el sistema responderá de distinta forma en caso que se produzca una recarga efectiva o *mojado*, en relación a cuando se *seca*. Por tanto, en primer lugar se procede a analizar teóricamente los términos y la forma de la ecuación (1), así como su resolución, para un intervalo de cómputo de duración Δt, en condiciones de mojado y secado, de acuerdo a las definiciones adoptadas por estos autores.

III-A. Ecuación de balance. Proceso de mojado

Se asume que el sistema se moja para todo caso en que $P_n(t) \geq ET_0(t)$ (la precipitación neta sea mayor o igual a la evapotranspiración potencial y resulta suficiente para satisfacer la demanda potencial de la atmósfera). Luego, en el proceso de mojado, el reservorio se recargará (o permanecerá a nivel constante, en caso que $P_n(t) = ET_0(t)$) y se transferirá agua a la atmósfera a una tasa $ET_1(t) = ET_0(t)$ (la evapotranspiración real será igual a la evapotranspiración potencial). Por otro lado, sólo en este caso se podrá generar excedente $R(t)$. Para esto debe evaluarse que el resto de precipitación neta sea suficiente, de acuerdo al almacenamiento inicial y al máximo almacenamiento de agua de tensión TW_0 (parámetro del modelo):

$$R(t) = max[0, TW(t) + P_n(t) - ET_1(t) - TW_0] \quad (2)$$

con

$$ET_1(t) = ET_0(t)$$

Esto es si la abstracción de la evapotranspiración potencial ET_0 a la suma de la precipitación neta $P_n(t)$ y el almacenamiento inicial $TW(t)$ excede la capacidad de campo TW_0, habrá producción de agua libre $R(t)$. Además, si se considera un intervalo de tiempo de duración Δt, entre dos instantes t_1 (inicial) y t_2 (final), para el cual $P_n(t) \geq ET_0(t)$ en todo el intervalo, la ecuación de balance se resuelve mediante:

$$TW(t_2) = TW(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} (P_n(t) - ET_1(t) - R(t))\, dt \quad (3)$$

III-B. *Ecuación de balance. Proceso de secado*

En caso que la precipitación neta $P_n(t) < ET_0(t)$, esta será insuficiente para satisfacer esta demanda atmosférica de agua y se activará el proceso de *secado*. Luego, la totalidad de esta constituirá evapotranspiración hacia la atmósfera y, además, se consumirá agua del reservorio para satisfacer parcialmente la demanda atmosférica. Se asume que la contribución es parcial o menor al total almacenado, puesto que la tensión del suelo se incrementa cuando disminuye el almacenamiento de agua. Por tanto, la matriz porosa del suelo impone restricciones a la demanda potencial, si bien puede asumirse que se produce liberación hacia la atmósfera por transpiración o evaporación. LLamemos $e(t)$ a esta pérdida por evapotranspiración mediante consumo de la reserva de agua de tensión, en ocasión de secado. Luego, puesto que toda la precipitación neta constituirá evapotranspiración y no hay generación de excedentes, para la condición de secado la ecuación (1) se reduce a:

$$\frac{dTW}{dt} = -e(t) \quad (4)$$

Thornthwaite y Matter (1944) consideraron que la pérdida de agua del reservorio por evapotransporación $e(t)$ constituye una proporción variable en el tiempo $0 < k(t) < 1$ del almacenamiento disponible $TW(t)$, durante el desarrollo de un evento de secado (estrictamente $\forall t \in T$, con T constituyendo el dominio temporal del evento). Esto es:

$$k(t)TW(t) = e(t) \quad (5)$$

Finalmente, igualando (4) y (5), es evidente que durante el proceso de secado deberá cumplirse:

$$\frac{dTW}{dt} = -k(t)TW(t) \quad (6)$$

Específicamente, los autores postularon que $k(t)$ debe ser directamente proporcional al déficit de demanda atmosférica de agua (la cantidad de agua que es demandada por la atmósfera que no puede satisfacerse con la precipitación neta) y además consideraron que debe ser inversamente proporcional al máximo de almacenamiento que puede sostener el reservorio (TW_0 , la capacidad de campo regula tasa de decaimiento, siendo mayor en los suelos con menos capacidad de campo). El déficit de demanda atmósferica de agua puede definirse primeramente, para condiciones de secado, mediante:

$$\omega(t) = ET_0(t) - P_n(t)$$

Así, simplificando notación y de acuerdo a las asunciones adoptadas por Thornthwaite y Matter, la proporción variable queda dada mediante:

$$k(t) = \frac{\omega(t)}{TW_0} \quad (7)$$

Reemplazando (7) en (6) y reacomodando los términos, resulta evidente que para este caso, para todo intervalo de tiempo de longitud Δt, entre dos instantes t_1 y $t_2 = t_1 + \Delta t$, debe cumplirse con la siguiente igualdad durante el secado:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dTW}{TW(t)} = -\int_{t_1}^{t_2} \frac{\omega(t)}{TW_0} dt \quad (8)$$

Finalmente, es posible postular:

$$\int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt = \omega \Delta t$$

de manera tal que ω es el valor medio del déficit de la demanda atmosférica, para el intervalo. Consecuentemente operando en la ecuación (8) y respetando estas igualdades, debe cumplirse:

$$ln\left[\frac{TW(t_2)}{TW(t_1)}\right] = \frac{-\omega}{TW_0}\Delta t \quad (9)$$

Luego bajo las condiciones asumidas, el contenido de humedad a final del intervalo de tiempo de duración Δt será:

$$TW(t_2) = TW(t_1) \exp\left[\frac{-\omega}{TW_0}\Delta t\right] \quad (10)$$

Concluyendo que para todo intervalo de duración Δt en los que $ET_0(t) > P_n(t)$ $\forall t \in [t, t+\Delta t]$, el reservorio se vacía a una tasa $e^{-\omega \Delta t / TW_0}$, tanto mayor cuanto mayor sea ω, el déficit medio de la demanda atmósférica durante el intervalo, y tanto menor cuanto mayor sea TW_0, la capacidad de campo.

IV. Modelo Procedimenal. Implementación Operativa

IV-A. *Descripción general*

La implementación operativa del Modelo Simplificado de Balance Hídrico del Agua de Tensión es un modelo dinámico en tiempo discreto que requiere **información de entrada** de las siguientes **condiciones de borde**:

- Precipitación Neta $\mathbf{P_n}$
- Evapotranspiración Potencial $\mathbf{ET_0}$

Por otro lado, se debe especificar el valor del **parámetro** TW_0 (capacidad de campo), para lo cual al menos se dispone de algunas capas de información global. En el presente desarrollo se asume que $\mathbf{P_n} = [P_n(1), P_n(2), ..., P_n(N)]$ y $\mathbf{ET_0} = [ET_0(1), ET_0(2), ..., ET_0(N)]$, son series temporales con j=1,2,...,N registros que representan valores acumulados correspondientes a intervalos de cómputo de duración Δt. Para poder ejecutar la rutina se debe proveer un valor de **condición inicial** $TW(1)$, que puede estimarse o imponerse arbitrariamente, puesto que es un modelo continuo. En este último caso se deben ignorar una fracción de cómputos por *calentamiento* del modelo.

A continuación, se desarrolla la forma discreta de la ecuación (1) generalizando su aplicación de acuerdo al tipo de información de entrada (aplicando la definición de valor medio):

$$TW(j+1) = TW(j) + P_n(j) - ET_1(j) - R(j) \tag{11}$$

En donde $ET_1(j)$ y $R(j)$ son los valores acumulados de evapotranspiración y de producción de agua libre durante el j-ésimo intervalo de cálculo de duración Δt. Se asume que $TW(j)$ es la condición inicial de almacenamiento, durante el paso de cálculo, la cual es conocida. Luego deben computarse primeramente $ET_1(j)$ y $R(j)$, a fin de poder obtener $TW(j+1)$ y proceder iterativamente hasta satisfacer $j = N$. Por tanto, la **información de salida** producida por el procedimiento está contituída por las series $ET_1(j)$ y $R(j)$, así como por la serie $TW(j)$ $\forall j > 1$.

IV-B. *Cómputo de $ET_1(j)$ y $R(j)$*

Para el cómputo de $ET_1(j)$ primeramente debe evaluarse el déficit de demanda atmósferica. Para esto, el valor agregado para el paso de cálculo se define mediante:

$$\omega(j) = max[0, ET_0(j) - P_n(j)] \tag{12}$$

De tal forma que el mismo sólo adquiera valores positivos si la precipitación neta acumulada es inferior a la demanda atmosférica total durante el paso de cálculo. Así, resulta posible desarrollar una ecuación para el cómputo de $ET_1(j)$ que puede aplicarse tanto para el caso de secado como de mojado y que satisfaga las condiciones impuestas por la ecuación de balance hídrico. En efecto, de acuerdo a lo expuesto en la sección precedente y en trabajos previos (Giordano, 2019), para el esquema discreto adoptado esta es:

$$ET_1(j) = ET_0(j) + TW(j)\left[1 - \exp\left(\frac{-\omega(j)}{TW_0}\right)\right] - \omega(j) \tag{13}$$

Una vez obtenido el valor de $ET_1(j)$, ya que contempla ambas situaciones (mojado y secado), se computa $R(j)$ mediante:

$$R(j) = max[0, TW(j) + P_n(j) - ET_1(j) - TW_0] \tag{14}$$

Luego, se procede a computar el valor $TW(j+1)$ de acuerdo a la ecuación (11) y se itera hasta que se cumpla la condición j=N.

IV-C. *Secuencia Algorítmica*

La figura 4 muestra la secuencia de ejecución de las ecuaciones del modelo, a partir de la información de entrada $\mathbf{P_n}$ y $\mathbf{ET_0}$, para una condición inicial $TW(1) = C_1$ arbitraria o estimada y con valor conocido $TW_0 = C_2$, a fin de obtener las series $\mathbf{ET_1}$, $\mathbf{R}$ y $\mathbf{TW}$. La secuencia puede resumirse mediante los siguientes pasos:

- 1. Inicio con $j = 1$, $TW(1) = C_1$ (condición inicial) y $TW_0 = C_2$ (parámetro, capacidad de campo). C_1 y C_2 son datos de entrad requeridos, tanto como las series temporales $\mathbf{P_n}$ y $\mathbf{ET_0}$
- 2 Computa $\omega(j)$ de acuerdo a ec. (12)
- 3. Computa $ET(j)$ de acuerdo a ec. (13)
- 4. Computa $R(j)$ de acuerdo a ec. (14)
- 5. Computa $TW(j+1)$ de acuerdo a ec. (11)
- 6. Si $j+1 <= N$, se asigna $j = j+1$ y repite desde 2. En caso contrario finaliza.

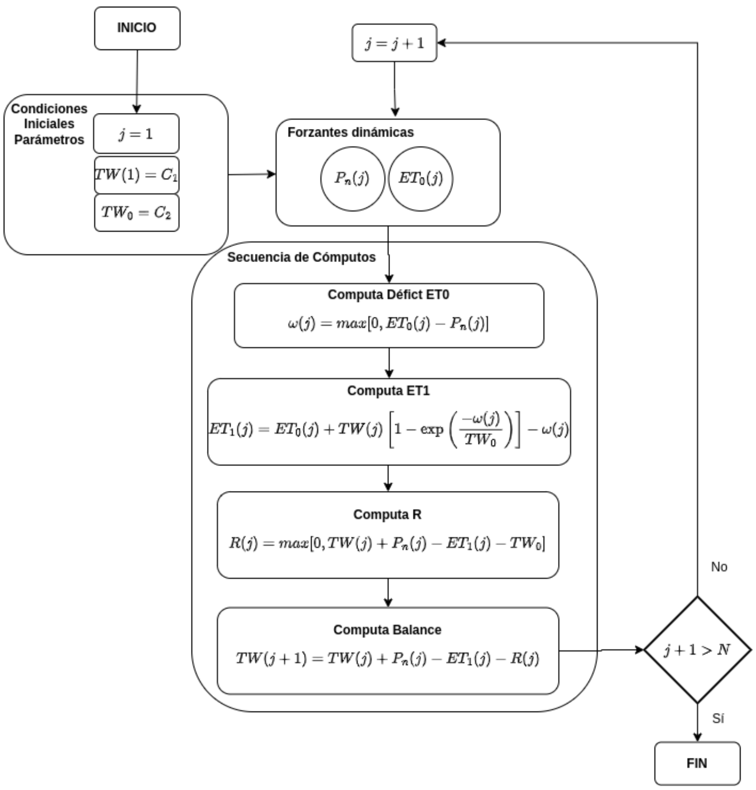

Figura 4. Diagrama de flujo de trabajo en una ejecución procedimental del modelo simplificado de balance hídrico de agua de tensión, para series temporales de j=1,2,...,N registros o datos conocidos de $P_n(j)$ y $ET_0(j)$, para intervalos de cálculo de longitud Δt (con $t = j\Delta t$) conociendo o imponiendo una condición incial $TW(1) = C_1$ y conociendo o asumiendo el valor de $TW_0 = C_2$